

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۲	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a \mid b$ و m, n دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m \mid b^n$. ب) اگر $a \mid b$ آن گاه $(a, b) = a$. پ) اگر $a \equiv b^m$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $a x \equiv b^m$ صدق کند.	۱
۳	اگر $a > 1$ ، $a \mid 9k + 4$ و $a \mid 5k + 3$ ، ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۴	اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a + 2$ یا $a + 4$ بر ۳ بخش پذیر است.	۱/۵
۵	اگر دو عدد $(3a - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.	۱
۶	معادله سیاله $5x + 2y = 18$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۵
۷	با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a در گراف \bar{G} را تعیین کنید. ت) آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید.	۲/۲۵
۸	گراف G ، ۳- منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۱	می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟	۱
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند.	۱

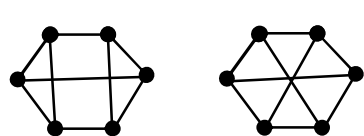
« بقیه سؤالات در صفحه دوم »

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟	۱/۵
۱۴	الف) تمام مربع های لاتین 2×2 را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱/۲۵
۱۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند؟	۱/۵
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟	۰/۷۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱	فرض کنیم r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. نشان می‌دهیم که $r+x$ یک عدد گنگ است. <u>فرض خلف:</u> فرض کنیم $r+x$ گویا باشد. $(۰/۲۵)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(۰/۲۵) r+x-r \in \mathbb{Q}$ یعنی $x \in \mathbb{Q}$ و این با فرض گنگ بودن x تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(۰/۲۵)$ (مثال صفحه ۵)						۱
۲	الف) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) پ) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) ب) نادرست $(۰/۲۵)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) نادرست $(۰/۲۵)$ (تعریف صفحه ۲۴)						۱
۳	$(۰/۲۵) \Rightarrow a=7 \in P \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a=7 \in P$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) \Rightarrow a 27-20 \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a=7 \in P$ (مشابه مثال صفحه ۱۲)						۱
۴	طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a=3k$ که بر ۳ بخش‌پذیر است. $(۰/۲۵)$ یا $(۰/۲۵) \Rightarrow a+2=3(k+1) \Rightarrow a=3k+1$ یا $(۰/۲۵) \Rightarrow a+4=3(k+2) \Rightarrow a=3k+2$ که در هر دو مورد بر ۳ بخش‌پذیر هستند. $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)						۱/۵
۵	$(۰/۲۵) \Rightarrow r=4$ $(۰/۲۵) \Rightarrow 9a+6 \equiv 24 \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{10}$ $(۰/۲۵) \Rightarrow 4a-7 \equiv 3a-5 \pmod{10}$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹)						۱
۶	$(۰/۲۵) \Rightarrow 5x+2(5k+4)=18 \Rightarrow y=5k+4 \Rightarrow y \equiv 4 \pmod{5} \xrightarrow{(2,5)=1} 2y \equiv 18 \pmod{5} \Rightarrow x=-2k+2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)						۱/۵
۷	الف) $abgc$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) ب) $bc d g b$ (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) ۵ $(۰/۲۵)$ (مسئله صفحه ۳۸) ت) خیر $(۰/۲۵)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(۰/۵)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f)=\{\}$ $(۰/۲۵)$ (مشابه مثال صفحه ۳۶)						۲/۲۵
۸	$(۰/۲۵) \Rightarrow p=6$ $(۰/۲۵) \Rightarrow \frac{3p}{2}=2p-3 \Rightarrow q=2p-3$ $(۰/۲۵)$ به یکی از دو گراف زیر $(۰/۵)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲)						۱/۲۵
۹	طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 2$ $\left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 2$ $(۰/۵)$ از طرفی مجموعه $D=\{b,e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(۰/۵)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(۰/۲۵)$ بنابراین $\gamma(G)=2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه فعالیت ۱ صفحه ۵۰)						۱/۵
۱۰	$D=\{a,e,c,h\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶)						۱
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$						۱
۱۲	الف) $6! \times 2!$ $(۰/۵)$ ب) $2! \times 5!$ $(۰/۵)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)						۱
ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه			
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷					
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی					
ردیف		راهنمای تصحیح						نمره	
۱۳		<div><div>$y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0 \quad (0/25) \quad , \quad y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0 \quad (0/25)$$y_1 + 3 + x_7 + x_8 + y_4 + 4 + x_5 = 15 \quad (0/25) \Rightarrow y_1 + x_7 + x_8 + y_4 + x_5 = 8 \quad (0/25) \Rightarrow \mathcal{C} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (0/5)$<div>(مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)</div></div></div>						۱/۵	
۱۴		<div><div>الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم.</div><div><div><div><div><div>۱۲</div><div>۲۱</div></div><div><div>۲۱</div><div>۱۲</div></div></div><div>(۰/۲۵)</div></div><div><div><div><div>۱</div><div>۲</div></div><div><div>۲</div><div>۱</div></div></div><div>(۰/۲۵)</div></div><div><div><div><div>۲</div><div>۱</div></div><div><div>۱</div><div>۲</div></div></div><div>(۰/۲۵)</div></div></div><div>متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵)</div><div>(سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶)</div></div>						۱/۲۵	
۱۵		<div><div>$A = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 4k\} \quad (0/25) \Rightarrow A = \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 50 \quad (0/25) \quad , \quad B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 7k\} \quad (0/25)$$A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 28k\} \Rightarrow A \cap B = \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor = 7 \quad (0/25)$$A \cap B' = A - A \cap B \quad (0/25) = 50 - 7 = 43 \quad (0/25)$<div>(سوال ۲ صفحه ۸۳)</div></div></div>						۱/۵	
۱۶		<div><div>$k+1=20 \Rightarrow k=19 \quad (0/25) \quad , \quad \underbrace{kn+1=19 \times 7+1}_{(0/25)} = 134 \quad (0/25)$<div>(مشابه مثال صفحه ۸۲)</div></div></div>						۰/۷۵	
		جمع نمره						۲۰	

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»